

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЗРАЧНОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

Методические указания к лабораторной работе О-16 по курсу общей физики.

Москва, 2001

Изложены основы теории дифракции света в параллельных лучах, рассмотрены основные характеристики дифракционной решетки как спектрального прибора.

Цель работы - определение параметров прозрачной дифракционной решетки с помощью дифракционного спектра.

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении волн в среде резкими неоднородностями (например, при прохождении через малые отверстия, вблизи границ непрозрачных тел и т.п.), и связанных с отклонением от законов геометрической оптики. Дифракционные явления существенны, если длина волны λ соизмерима с размерами препятствия (b - диаметром отверстия) или края преграды (в этом случае сохраняют силу такие понятия как волновая поверхность, фронт волны; при $\lambda \ll b$ - дифракционные явления несущественны).

Для нахождения распределения интенсивностей дифракционной картины используется приближенный метод Гюйгенса - Френеля: бесконечно малые элементы волновой поверхности рассматриваются как источники вторичных сферических когерентных волн, амплитуды которых пропорциональны площади элемента; амплитуда колебаний в любой точке пространства за волновой поверхностью определяется интерференцией вторичных волн.

Рассмотрим дифракцию при прохождении света через прозрачную дифракционную решетку, которая используется для получения дифракционного спектра.

Для видимого света простейшая дифракционная решетка представляет собой стеклянную пластинку с большим числом тонких параллельных щелей (до 1000 на 1 мм) одинаковой ширины b и находящихся на равных расстояниях a друг от друга. Величина $d=a+b$ называется **периодом** или **постоянной** решетки.

Пусть на решетку нормально падает параллельный пучок монохроматического света (рис.1). Тогда на экране Э, расположенном в фокальной плоскости линзы Л, будет наблюдаться дифракционная картина - чередование темных и светлых полос, параллельных щели b .

Распределение интенсивности в дифракционной картине определяется распределением интенсивностей от дифракции от каждой щели и от взаимной интерференции волн от всех щелей.

Расчет дифракционной картины от одной щели с помощью метода зон Френеля дает для амплитуды колебаний A_φ дифрагируемых волн выражение

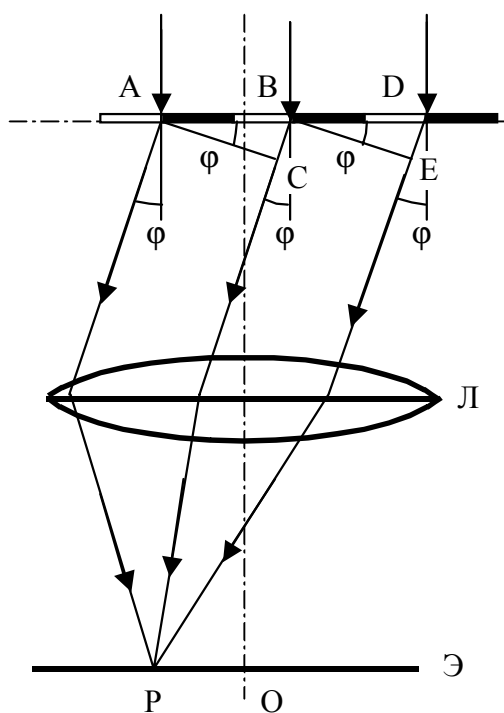


Рис. 1

$$A_{\varphi} = A_0 \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right| \quad (1)$$

где A_0 - амплитуда колебаний дифракционного максимума нулевого порядка, т.е. при угле $\varphi=0$.
Выражение (1) обращается в ноль для углов φ , удовлетворяющих условию

$$\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = \pm m\pi ,$$

где $m=0,1,2,\dots$,
или

$$b \sin \varphi = \pm m\lambda \quad (2)$$

Равенство (2) определяет положение минимумов для дифракции от щели. Условие дифракционных максимумов определяется максимумами функции

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi},$$

что приводит к трансцендентному уравнению

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right) = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$$

Это уравнение решается графически и имеет корни при

$$\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = 0; \quad \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = 1,43\pi; \quad \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = 2,46\pi, \dots$$

Отсюда условия 1-го, 2-го и т.д. максимумов для одной щели запишутся в виде:

$$b \sin \varphi = \pm 1,43\lambda, \quad b \sin \varphi = \pm 2,46\lambda, \dots \quad (3)$$

На рис. 2 представлено распределение интенсивности колебаний для дифракции от одной щели.

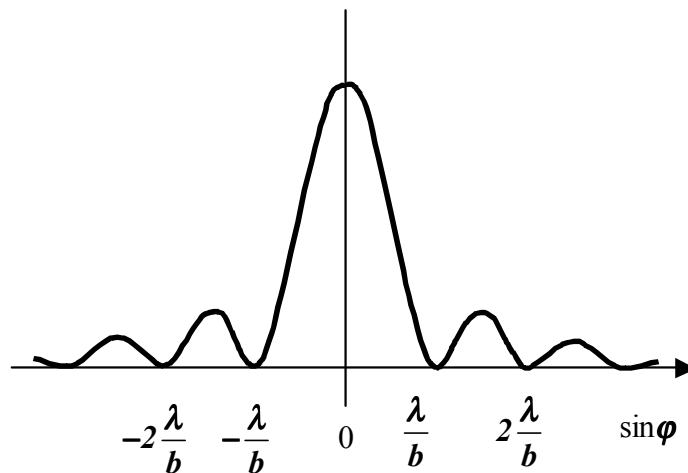


Рис. 2

Если плоская монохроматическая волна проходит через прозрачную решетку, то на экране в фокальной плоскости линзы наблюдается более четкая и яркая картина чередования светлых и темных полос по сравнению с одиночной щелью.

При дифракции на решетке колебания во всех точках щелей происходят в одной фазе, поскольку эти точки принадлежат одной и той же волновой поверхности. Следовательно, колебания,

приходящие в точку наблюдения **P** от разных щелей, когерентны. Для нахождения результирующей интенсивности при действии всех щелей необходимо найти фазовые соотношения между этими когерентными колебаниями. В данном случае удобно использовать графический метод - метод векторных диаграмм.

Разобьем (мысленно) открываемую часть волновой поверхности на очень узкие одинаковые по площади полоски, параллельные щелям. Пусть $\Delta \vec{A}_i$ - вектор амплитуды колебаний от i -той полоски. Тогда вектор $\vec{A}$ результирующего колебания в точке наблюдения **P** представится в виде суммы

$$\vec{A} = \sum_{\text{по всем щелям}} \Delta \vec{A}_i = \sum_{\text{по 1-ой щели}} \Delta \vec{A}_i + \sum_{\text{по 2-ой щели}} \Delta \vec{A}_i + \dots + \sum_{\text{по } N\text{-ой щели}} \Delta \vec{A}_i$$

Так как величина $\sum_{\text{по 1-ой щели}} \Delta \vec{A}_i$ представляет вектор колебаний $\vec{A}_1$ от первой щели, соответственно величина $\sum_{\text{по 2-ой щели}} \Delta \vec{A}_i$ - вектор колебаний $\vec{A}_2$ от второй щели и т.д., то вектор результирующего колебания $\vec{A}$ от всех щелей может быть представлен суммой $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \dots + \vec{A}_j + \dots + \vec{A}_N$, где $\vec{A}_j$ - вектор колебаний, создаваемый j -той щелью. В одном и том же направлении все щели решетки излучают свет (вторичные волны) совершенно одинаково; поэтому все векторы $\vec{A}_j$ равны по модулю и зависят от угла дифракции φ . Геометрическое сложение векторов $\vec{A}_j$ представлено на рис.3. Каждый вектор повернут относительно предыдущего на один и тот же угол δ , равный разности фаз колебаний, возбуждаемых соседними щелями.

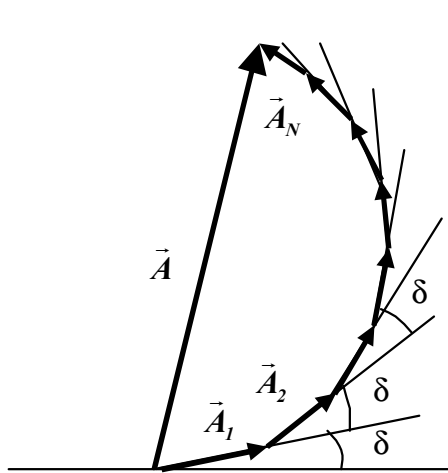


Рис. 3

Сдвиг фаз δ между векторами амплитуд $\vec{A}_j$ и $\vec{A}_{j+1}$ определяется оптической разностью хода лучей Δ от подобных точек двух соседних щелей до точки наблюдения **P**. Из рис.1

видно, что $\Delta = BC = DE = \dots$. Или $\Delta = d \sin \varphi$. Поэтому

$$\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi d \sin \varphi}{\lambda} \quad (4)$$

Для тех направлений, для которых $\delta = \pm 2\pi m$, возникает максимум интенсивности. Тогда соотношение

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (5)$$

характеризует положение **главных максимумов** дифракционной решетки.

При углах φ , удовлетворяющих условию (5), результирующий вектор амплитуды колебаний равен $\vec{A} = N \vec{A}_\varphi$, где $\vec{A}_\varphi$ - вектор амплитуды колебаний от одной щели; N - число щелей решетки. Следовательно, интенсивность главных максимумов в N^2 раз больше интенсивности I_φ создаваемой одной щелью в направлении угла φ

$$I_{\text{реш}} = N^2 I_\varphi, \quad (6)$$

Рассмотрим теперь направления дифрагируемых лучей, удовлетворяющих условию (2). Очевидно, что все векторы $\vec{A}_j$ в этом случае равны нулю и результирующее колебание в соответствующей точке экрана Э также равно нулю. Это означает, что условие (2) - условие мини-

максимума интенсивности для одной щели - является также условием минимума для дифракционной решетки.

Между каждыми двумя главными максимумами находятся по $(N-1)$ добавочных минимумов, получаемых за счет взаимного погашения колебаний от отдельных щелей. Минимум получается, если фаза колебаний от последней N -ой щели отличается от фазы колебаний от 1-ой щели на величину, кратную 2π , соответственно, различие в фазе 2-х соседних колебаний должно удовлетворять условию $\delta = \frac{2\pi}{N} m'$. С учетом (4) получаем

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m'}{N} \lambda \quad (7)$$

где $m' = 1; 2; \dots, N-1; N+1; \dots$. Иначе говоря m' принимает все целочисленные значения, кроме $0; N; 2N; \dots$, т.е. кроме тех, при которых условие добавочных минимумов (7) переходит в условие главных максимумов (5).

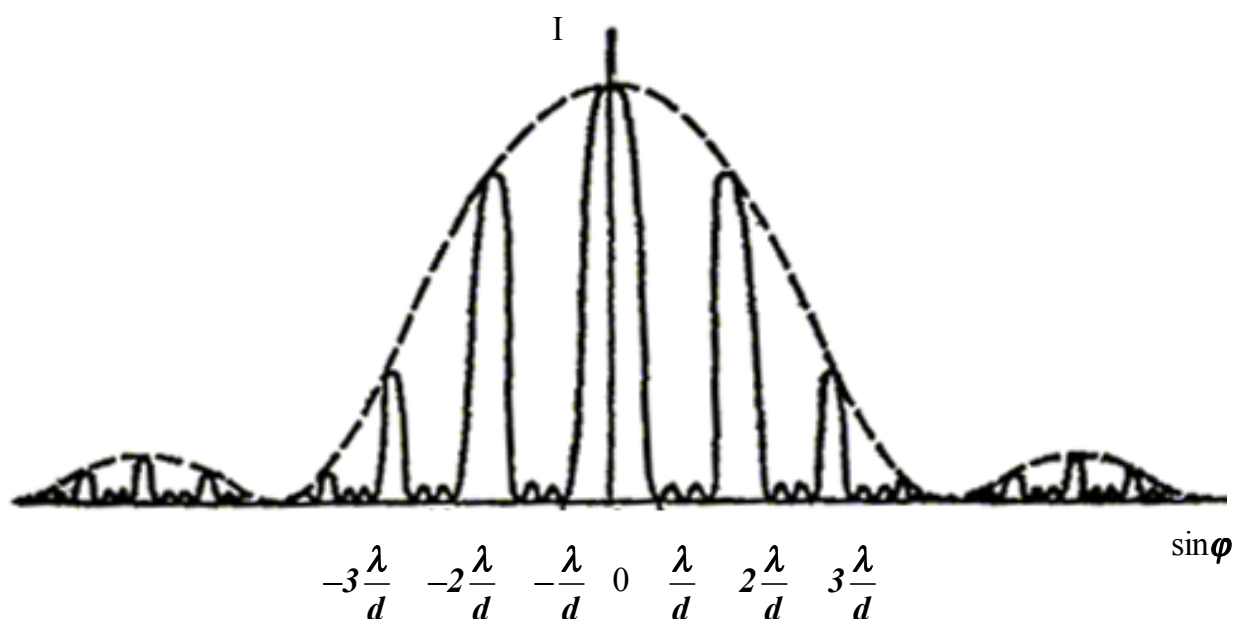


Рис. 4

Между добавочными минимумами располагаются слабые добавочные максимумы. Число их между главными максимумами составляет $N-2$. На долю добавочных максимумов приходится не более 4% интенсивности ближайшего главного максимума. На рис. 4 представлено распределение интенсивности монохроматических волн при прохождении их через дифракционную решетку с 4-мя щелями. Пунктирная линия соответствует дифракции на одной щели шириною b .

Дифракционная решетка является оптическим прибором и используется для получения дифракционных спектров. Если через дифракционную решетку проходит немонохроматический свет, она разлагает его в спектр. При угле $\varphi = 0$ получается максимум нулевого порядка ($m=0$), одинаковый для всех длин волн. По обе стороны от него располагаются максимумы $\pm m$ порядков, причем волны с меньшей длиной волны λ располагаются ближе к нулевому максимуму, чем волны с большей длиной волны (см. формулу (5)). Иначе говоря, максимумы фиолетовых лучей будут расположены ближе к центру, чем максимумы красных лучей для одного и того же порядка.

Основными характеристиками дифракционной решетки являются угловая дисперсия D_φ и разрешающая способность R . (Иногда R называют разрешающей силой).

Угловая дисперсия - это отношение углового расстояния $\delta\varphi$ между двумя спектральными

ми линиями λ_1 и λ_2 одного порядка к разности длин волн $\delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$, т.е

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}. \quad (8)$$

Или с учетом (5)

$$D_\varphi = \frac{m}{d \cos \varphi_m}. \quad (9)$$

где φ_m - угол дифракции для спектра m - порядка.

Таким образом, видим, что угловая дисперсия характеризует способность дифракционной решетки пространственно разделять световые лучи различных длин волн. Угловая дисперсия D_φ тем больше, чем меньше период решетки d и чем выше порядок спектра m . Разрешающая способность решетки R определяется соотношением

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN \quad (10)$$

и характеризует способность решетки разрешать две близкие спектральные линии, т.е. дает возможность их раздельного восприятия глазом. При заданном числе щелей (штрихов) разрешающая способность решетки увеличивается при переходе к спектрам высших порядков. Максимальная разрешающая способность решетки $R_{\text{макс}}$ определяется ее шириной.

Действительно, из соотношения (5) имеем $m_{\text{макс}} = \frac{d}{\lambda}$ (здесь мы учитываем, что синус угла дифракции не может быть более 1). Тогда

$$R_{\text{макс}} = m_{\text{макс}} N = \frac{Nd}{\lambda} = \frac{L}{\lambda}, \quad (11)$$

где произведение Nd представляет собой ширину освещенной части решетки L .

ЭКСПЕРЕМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

1. Описание установки

Принципиальная схема установки представлена на рис.5. Свет от источника 1 (шаровая ртутно-

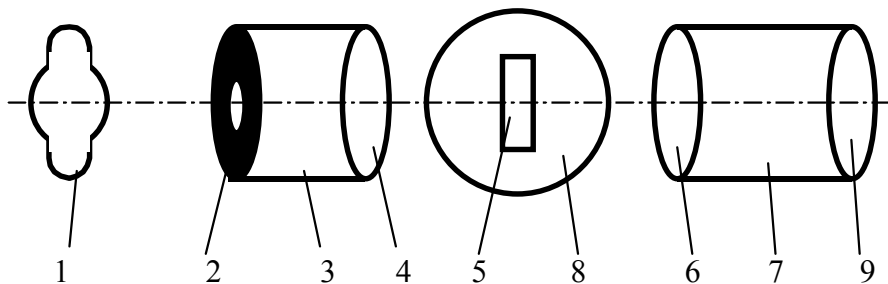


Рис. 5

кварцевая лампа ДРЩ-250) освещает узкую щель 2 коллиматора 3, находящуюся в фокальной плоскости объектива 4, и параллельным пучком падает на прозрачную дифракционную решетку 5. Дифракционные лучи с помощью объектива 6 зрительной трубы 7 группируются в зависимости от длины λ в фокальной плоскости, образуя дифракционный спектр. Коллиматор и дифракционная решетка укреплены на столике 8; также на столике укреплен подвижный кронштейн, который, в свою очередь, используется для укрепления зрительной трубы. Кронштейн находится под действием винтового микрометра с одной стороны и пружины с другой. Винтовой микрометр служит для определения относительного положения полос в спектре. Микро-

метр состоит из винта с шагом в 1 мм и барабана, на котором нанесены 50 делений. Цена одного деления барабана 0,02 мм.

2. Выполнение эксперимента

1. Установить газоразрядную ртутную трубку перед щелью коллиматора, при этом коллиматор не должен касаться защитного кожуха.
2. Для зажигания лампы ДРШ-250 включить тумблеры «Сеть» и «ДРШ», находящиеся на передней панели преобразователя ЭПС-Ш, и кратковременно (не более 1 секунды) и многократно нажать кнопку «Пуск».
3. С помощью микрометрического винта, плавно поворачивая зрительную трубу, найти положение центрального максимума ($\varphi = 0$). Установить вертикальную нить окуляра зрительной трубы на середину центрального максимума и по формуле $l = K + \gamma \cdot 0,02$ найти линейное положение центрального максимума l_0 в мм; здесь K – целое число мм по линейной шкале микрометра, γ – число делений по барабану.
4. Поворачивая зрительную трубу вправо от центрального максимума найти последовательно линии спектра первого ($m = 1$) и второго ($m = 2$) порядков.
5. С помощью микрометра аналогичным способом как в п.3 определить линейные положения соответственно фиолетовой, зеленой, желтой линий спектра (l_{ϕ} , l_z , $l_{ж}$) для каждого порядка. Найденные значения занести в таблицу.

Характеристика	$\lambda_{\phi} = 4,08 \cdot 10^{-7} \text{ м}$		$\lambda_z = 5,46 \cdot 10^{-7} \text{ м}$		$\lambda_{ж} = 5,79 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	
	$m=+1$	$m=+2$	$m=+1$	$m=+2$	$m=+1$	$m=+2$
$l, \text{ мм}$						
φ						
$\sin \varphi$						
$d, \text{ мм}$						

6. По прилагаемому графику $\varphi=f(l)$ найти углы φ и вычислить соответствующие значения $\sin \varphi$.
7. По формуле (5) рассчитать период решетки d . Полученные результаты занести в таблицу.
8. Найти среднее значение периода решетки $\langle d \rangle$. Окончательный результат представить в виде

$$\langle d \rangle \pm \Delta d, \text{ где } \Delta d = t_{p,f} \sqrt{\frac{\sum (\langle d \rangle - d_i)^2}{n(n-1)}},$$

для $P = 0,68$ и $f = n - 1 = 5$, $t_{p,f} = 1,2$.

9. По формуле (9) найти угловую дисперсию D_{φ} для двух порядков $m=1; 2$.
10. Используя найденное значение $\langle d \rangle$, по формуле (10) найти разрешающую способность решетки для линий спектра первого и второго порядков. Ширина решетки $L=20$ мм.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит принцип Гюйгенса-Френеля?
2. Почему при дифракции света на дифракционной решетке: а) яркость каждой линии спектра больше, чем при дифракции щели? б) более четкая дифракционная картина?
3. Что характеризует дисперсия D_{φ} дифракционной решетки?
4. Как разрешающая способность R зависит от ее линейных размеров?
5. Найти разность различимых длин волн $\delta \lambda$ для желтых линий спектра, получаемого с помощью дифракционной решетки шириною 30 мм и периодом 3 мкм. Расчет провести для $m=2$.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. М.; Наука. 1978. 480 с.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики; Учеб. пособие для втузов. М.; Высшая школа; 1989. 608 с.
3. Матвеев А.Н. Оптика. М.; Высшая школа, 1985. 351 с.